
	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

## GUÍA 9 MATEMATICAS 10

**NIVEL:** BÁSICA SECUNDARIA.

**GRADO:** Décimo A y B

**FECHA:** 23 de septiembre de 2020

**No. DE CLASES:** 12 HORAS, es decir tres semanas

**OBJETIVO:** Reconocer, graficar y analizar las principales características de las funciones trigonométricas cotangente, secante y cosecante.

**ESTÁNDAR:** **Pensamiento variacional y sistemas algebraicos analíticos**

- Identifico la relación entre los cambios en los parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan.

**COMPETENCIA:** Utilizo la definición del círculo unitario para entender las funciones cotangente, secante y cosecante.

**DBA:** Grafica y analiza las funciones cotangente, secante y cosecante.

**RESULTADO DE APRENDIZAJE ESPERADO:** Graficar y analizar las funciones trigonométricas cotangente, secante y cosecante.

### FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA

**QUERIDO ESTUDIANTE:**

POR FAVOR COPIA Y LEE TODA LA TEORÍA PARA QUE PUEDAS RESOLVER LOS EJERCICIOS PLANTEADOS. PUEDES ACLARAR DUDAS DE CADA TEMA, EN LOS TUTORIALES DE YOU TUBE. **No olvides enviar un solo archivo de todas las actividades.**



### FUNCIONES TRIGONOMETRICAS Grafica de las funciones trigonométricas

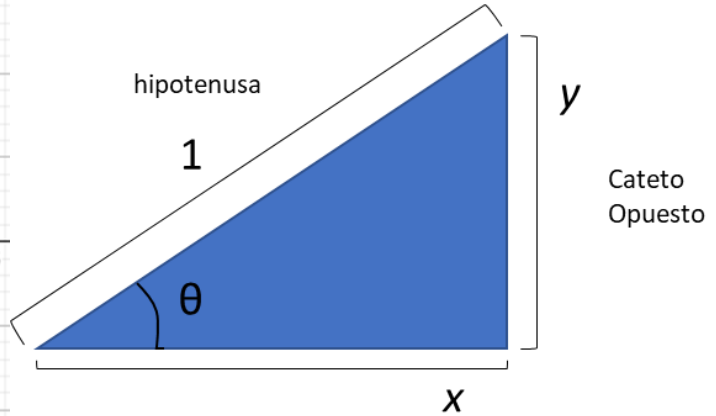
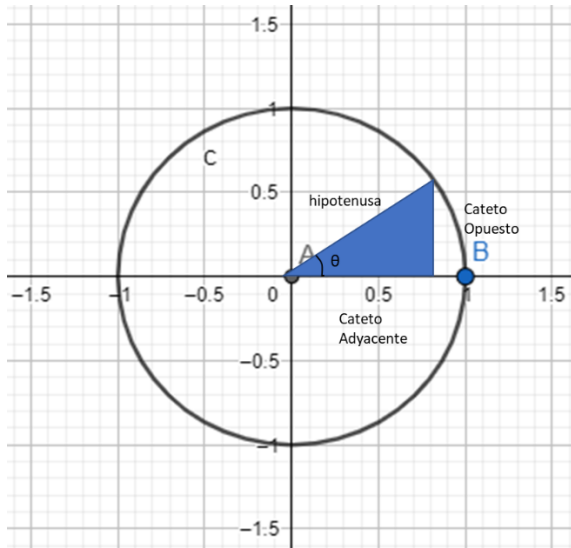
**RECUERDA:**

#### Definición de funciones trigonométricas

Pueden definirse a partir de la circunferencia unitaria. Para esto se construye un ángulo  $\theta$  en posición normal cuyo lado final intercepte a la circunferencia unitaria en el punto P. Como cada ángulo define un único punto P(x,y) en la circunferencia unitaria, a partir de sus coordenadas se pueden definir las funciones trigonométricas seno, coseno, tangente, **cosecante**, **secante** y **cotangente** de la siguiente manera:

**Razones trigonométricas:** a partir de la definición anterior se tiene en el siguiente gráfico las características y nombres del triángulo que se forma a partir de la circunferencia unitaria y donde se definen las razones trigonométricas.

	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	



$$\sec \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto adyacente}} = \frac{1}{x}$$

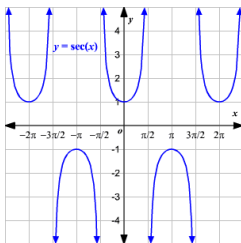
$$\csc \theta = \frac{\text{Hipotenusa}}{\text{Cateto opuesto}} = \frac{y}{1}$$

$$\cot \theta = \frac{\text{Cateto adyacente}}{\text{Cateto opuesto}} = \frac{y}{1}$$

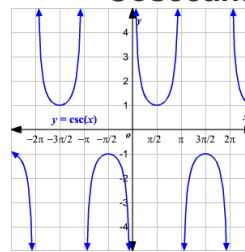
\* Secante (sec), Cosecante (csc), Cotangente (cot).

### Grafica de las funciones trigonométricas

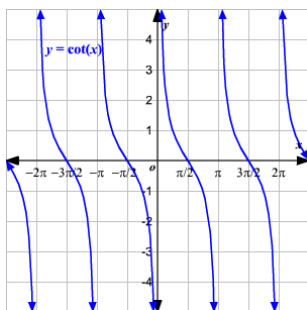
**Secante (sec)**





**Cosecante (csc)**



**Cotangente (cot)**



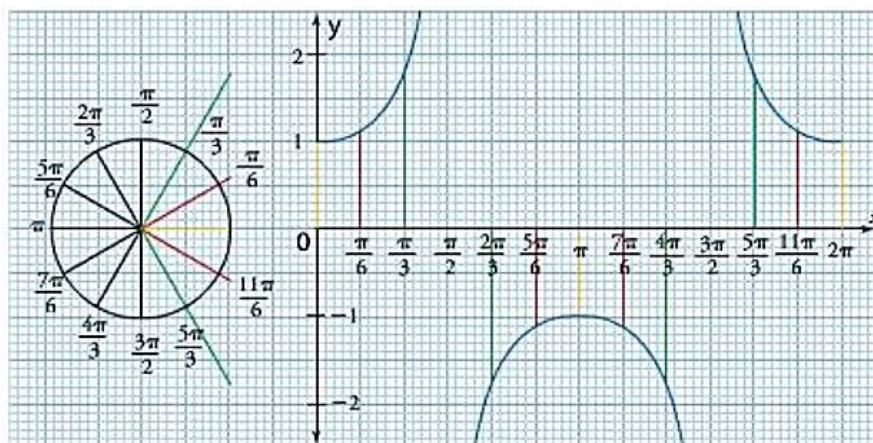
	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

Para realizar las gráficas de las funciones trigonométricas se procede de la siguiente manera:

1. Se traza la circunferencia unitaria y algunos ángulos especiales medidos en radianes en posición normal.
2. Se traza la línea trigonométrica respectiva para cada ángulo en relación con la gráfica de la función que se va a construir.
3. Para cada medida de los ángulos especiales, se ubica un punto en el eje x del plano cartesiano. Luego, se hace corresponder en el eje y la respectiva medida de la línea trigonométrica.
4. E construye la gráfica de la función uniendo los puntos.

### GRÁFICA DE FUNCION SECANTE ( $y = \sec x$ )

La gráfica de la función  $y = \sec x$  se construye a partir de las líneas trigonométricas para valores de  $x$  entre  $0$  y  $2\pi$ .





La gráfica de la función  $y = \sec x$  para un intervalo mayor a  $2\pi$  es:

#### Tabla de valores

$x$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\sec x$	$1$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$2$	ND	$-2$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-1$	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$-2$	ND	$2$	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	$1$

#### Características de la función secante ( $y = \sec x$ )

Las siguientes son las características de la función secante

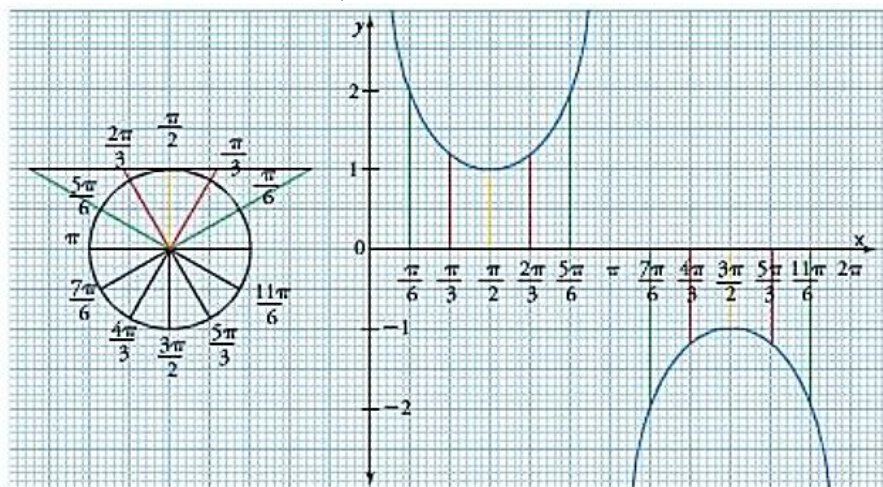
	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

Las características de la función secante son las siguientes:



- :: El dominio de la función secante es el conjunto de los números reales excepto los múltiplos impares de  $\frac{\pi}{2}$ . Es decir, el conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / x \neq n\frac{\pi}{2}, n \text{ entero impar}\}$ .
- :: El rango de la función  $y = \sec x$  es el conjunto  $\{y \in \mathbb{R} / y \geq 1\} \cup \{y \in \mathbb{R} / y \leq -1\}$ .
- :: La función secante es una función par, es decir,  $\sec(-x) = \sec x$ .
- :: La función  $y = \sec x$  es una función periódica, con período  $p = 2\pi$ . Por tanto,  $\sec x = \sec(x + 2n\pi)$  con  $n \in \mathbb{Z}$ .
- :: La función  $y = \sec x$  tiene asíntotas verticales en los valores de  $x = n\frac{\pi}{2}$  con  $n$  entero impar.
- :: Con respecto al intervalo  $[0, 2\pi]$ , secante es creciente en  $[0, \frac{\pi}{2})$  y en  $(\frac{\pi}{2}, \pi]$ , mientras que en  $[\pi, \frac{3\pi}{2})$  y  $(\frac{3\pi}{2}, 2\pi]$  es decreciente.
- :: La función secante no corta al eje  $x$ .

### GRÁFICA DE FUNCION COSECANTE ( $y = \csc x$ )

La gráfica de la función  $y = \csc x$  se construye a partir de las líneas trigonométricas para valores de  $x$  entre 0 y  $2\pi$  de la función cosecante, como se muestra a continuación:



La gráfica de la función  $y = \csc x$  para un intervalo mayor a  $2\pi$  es:

	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

## Tabla de valores

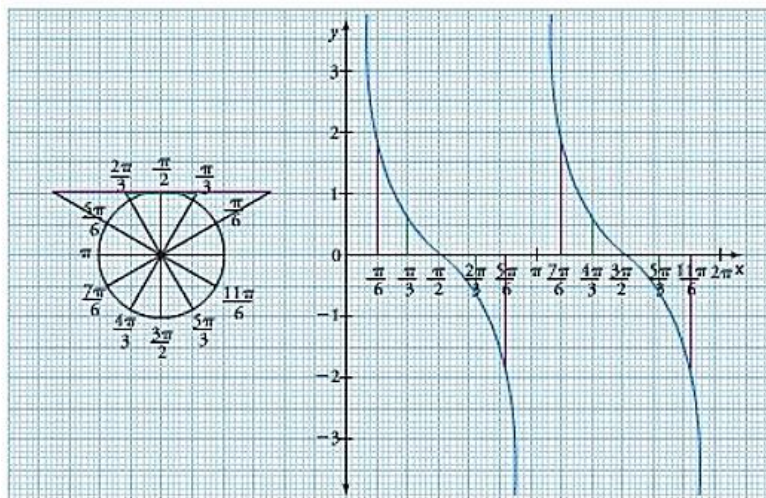
<b>x</b>	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
<b>csc x</b>	ND	2	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	1	$\frac{2\sqrt{3}}{3}$	2	ND	-2	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-1	$-\frac{2\sqrt{3}}{3}$	-2	ND



### Características de la función cosecante

- :: El dominio de la función cosecante es el conjunto de los números reales excepto los múltiplos de  $\pi$ . Es decir, el conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$ .
- :: El rango de la función  $y = \csc x$  es el conjunto  $\{y \in \mathbb{R} / y \geq 1\} \cup \{y \in \mathbb{R} / y \leq -1\}$ .
- :: La función cosecante es una función impar, es decir,  $\csc(-x) = -\csc x$ .
- :: La función  $y = \csc x$  es una función periódica, con período  $p = 2\pi$ . Por tanto,  $\csc x = \csc(x + 2n\pi)$  con  $n \in \mathbb{Z}$ .
- :: La función  $y = \csc x$  tiene asíntotas verticales en los valores de  $x = n\pi$  con  $n \in \mathbb{Z}$ .
- :: Si se considera el intervalo  $(0, 2\pi)$ ,  $y = \csc x$  es creciente en  $[\frac{\pi}{2}, \pi)$  y en  $(\pi, \frac{3\pi}{2}]$  mientras es decreciente en  $(0, \frac{\pi}{2}]$  y en  $[\frac{3\pi}{2}, 2\pi)$ .
- :: La función cosecante no corta al eje  $x$ .

### GRÁFICA DE FUNCION COTANGENTE ( $y = \cot x$ )

La grafica de la función  $y = \cot x$  se construye a partir de las líneas trigonométricas para valores de  $x$  entre 0 y  $2\pi$  de la función cotangente, como se muestra en la siguiente gráfica.



	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

Como no es posible trazar las líneas trigonométricas de la función tangente para los ángulos  $0$ ,  $\pi$  y  $2\pi$  entonces, la función cotangente no es definida para los valores  $x = \pi$  y  $x = 2\pi$ .

Además del método descrito anteriormente para graficar  $y = \cot x$ , se puede construir la gráfica mediante la relación  $\cot x = \frac{1}{\tan x}$ .

Es decir, la función cotangente toma valores que son inversos multiplicativos de los valores de la función tangente.

De esta manera, la función  $y = \cot x$  no está definida en los puntos para los cuales  $\tan x = 0$ , es decir, para los múltiplos de  $\pi$ .

Por tanto, la función  $y = \cot x$  no está definida para valores de  $x$  de la forma  $x = n\pi$  con  $n$  entero. Cuando el valor de  $x$  se aproxima a dichos valores por la izquierda, se observa que el valor de la función disminuye indefinidamente, y cuando  $x$  se aproxima por la derecha a dichos valores, la función aumenta indefinidamente. Por tanto, en tales valores de  $x$  la función  $y = \cot x$  tiene **asíntotas verticales**.



La grafica de la función  $y = \cot x$  para un intervalo mayor a  $2\pi$  es:

### Tabla de valores

$x$	$0$	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{5\pi}{6}$	$\pi$	$\frac{7\pi}{6}$	$\frac{4\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\cot x$	ND	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$0$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	ND	$\sqrt{3}$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	$0$	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	$-\sqrt{3}$	ND

### Características de la función cotangente ( $y = \cot x$ )

Las siguientes son las características generales de la función cotangente:

	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

- ∴ El dominio de la función cotangente es el conjunto de los números reales excepto los múltiplos de  $\pi$ . Es decir, el conjunto  $\{x \in \mathbb{R} / x \neq n\pi, n \in \mathbb{Z}\}$ .
- ∴ El rango de la función cotangente es el conjunto de los números reales.
- ∴ La función  $y = \cot x$  es una función impar, es decir,  $\cot(-x) = -\cot x$ . Por tanto, la gráfica de la función  $y = \cot x$  es simétrica con respecto al origen.
- ∴ La función  $y = \cot x$  es una función periódica, con período  $p = \pi$ . Por tanto,  $\cot x = \cot(x + n\pi)$  con  $n \in \mathbb{Z}$ .
- ∴ La función  $y = \cot x$  tiene asíntotas verticales en los valores de  $x = n\pi$  con  $n \in \mathbb{Z}$ .
- ∴ La función  $y = \cot x$  es decreciente para los valores de  $x$  comprendidos entre cada par de asíntotas verticales consecutivas. Por ejemplo, la función  $y = \cot x$  es decreciente en  $\{x \in \mathbb{R} / 0 < x < \pi\}$ ,  $\{x \in \mathbb{R} / \pi < x < 2\pi\}$ .
- ∴ La función  $y = \cot x$  corta al eje  $x$  para los múltiplos impares de  $\frac{\pi}{2}$ . Es decir,  $\cot x = 0$ , si  $x = n\frac{\pi}{2}$  con  $n$  entero impar.

**EJERCICIOS:** Resuelve y explica.

1. ¿Cuál es el dominio y el rango de las funciones  $y = \sec x$ ,  $y = \csc x$  y  $y = \cot x$ ?
2. Observa las gráficas de las funciones  $y = \sec x$ ,  $y = \csc x$  y  $y = \cot x$ . Luego responde.
  - a. ¿En qué intervalos las funciones son crecientes?
  - b. ¿En qué intervalos las dos funciones son decrecientes?

### ACTIVIDADES A DESARROLLAR:



- Lee con mucha atención y copia la teoría de funciones lineales con sus respectivos ejemplos, soluciona los ejercicios planteados paso a paso justificando sus respuestas.
- Tómale fotos a todo las actividades planteadas y los talleres solucionados, paso a paso, justificando la respuesta y la envías **en un solo archivo Word o PDF**, al correo que se encuentra al finalizar la actividad, anotando tu nombre completo, grado y fecha.

### CRITERIOS DE EVALUACIÓN

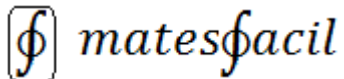
- Presentar todas las actividades planteadas en este taller, desarrolladas paso a paso, en el cuaderno de matemáticas, enviar fotos **en un solo archivo e Word o PDF**, del trabajo realizado, al correo que se encuentra a al finalizar la actividad, evidenciando el procedimiento de la respuesta verdadera, para ser valorados.

### BIBLIOGRAFÍA E INFOGRAFÍA:

- Caminos del saber Matemáticas grado décimo, editorial Santillana.

	SECRETARIA DE EDUCACION MUNICIPAL I.E. GIMNASIO GRAN COLOMBIANO	PAG 1	
	GESTION DE CALIDAD PROCESO DE FORMACION Y EVALUACION	F-M-FM-EI	
	GUIA DE APRENDIZAJE MATEMATICAS	V1 2020	

- Lic. Jesús Antonio Anzola Rubio y otros. Interactuemos 10. Didáctica y Matemáticas Ltda. Bogotá, Diciembre 2017.
- Lic. Jesús Antonio Anzola Rubio y otros. Mate-Retos 10. Didáctica y Matemáticas Ltda. Bogotá, Noviembre 2018.
- [www.colombiaprende.gov.co/matemáticas](http://www.colombiaprende.gov.co/matemáticas)
- [www.google.com](http://www.google.com)



<https://padlet.com/Matesfacil/bachillerato>

**DATOS DEL DOCENTE:**

**NUBIA LUCIA CASTILLO CASTELLANOS.** [nubia.castillo@gimnasiograncolombiano.edu.co](mailto:nubia.castillo@gimnasiograncolombiano.edu.co)