ÁREA: MATEMÁTICAS **GRADO:** OCTAVO A Y B

FECHA: Del 17 al 28 de Agosto

DOCENTE: ANA CRISTINA SÁCHICA MACHADO

GUÍA SIETE

OBJETIVO: interpretar y usar expresiones algebraicas equivalentes como en el caso de la factorización: factor común por agrupación de términos y trinomio cuadrado perfecto.

ESTÁNDARES: Uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas.

COMPETENCIA: Resolución

DBA: Propone, compara y usa procedimientos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas en diversas situaciones o contextos, teniendo en cuenta los casos de factorización: factor común por agrupación de términos y trinomio cuadrado perfecto.

RESULTADOS DE APRENDIZAJE ESPERADOS: Resuelve ejercicios en los que se incluyen ejercicios que implican las factorizaciones por factor común por agrupación de términos y trinomio cuadrado perfecto.

FUNDAMENTACIÓN TEÓRICA: FACTORIZACIÓN

FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN DE TÉRMINOS.

Algunas veces, no todos los términos de un polinomio tienen factor común, pero pueden ser asociados y factorizados por separado. Si los términos que quedan dentro del paréntesis son iguales, se puede factorizar la expresión.

Ejemplos:

1. Factorizar $3m^2 - 6mn + 4m - 8n$ Solución: Los dos primeros términos tienen el factor común 3m y los dos últimos el factor común 4. Agrupando tenemos:

   $3m^2 - 6mn + 4m - 8n = (3m^2 - 6mn) + (4m - 8n) = 3m(m - 2n) + 4(m - 2n) = (m - 2n)(3m + 4)$

2. Descomponer $2x^2 - 3xy - 4x + 6y$. Solución: Los dos primeros términos tienen el factor común x y los dos últimos el factor común 2, luego los agrupamos pero introducimos los dos últimos términos en un paréntesis precedido del signo – porque el signo del tercer término es -, para lo cual hay que cambiarles el signo y tendremos:

   $2x^2 - 3xy - 4x + 6y = (2x^2 - 3xy) - (4x - 6y) = x(2x - 3y) - 2(2x - 3y) = (2x - 3y)(x - 2)$

3. Extraer los factores comunes en $a^2x - ax^2 - 2a^2y + 2axy + x^3 - 2x^2y = (a^2x - ax^2 + x^3) - (2a^2y - 2axy + 2x^2y) =$

   $x(a^2 - ax + x^2) - 2y(a^2 - ax + x^2) = (a^2 - ax + x^2)(x - 2y)$

4. Factorizar $3ax - 3x + 4y - 4ay = (3ax - 4ay) - (3x - 4y) = a(3x - 4y) - (3x - 4y) = (3x - 4y)(a - 1)$

5. Descomponer $ax - ay + az + x - y + z = (ax - ay + az) + (x - y + z) = (x - y + z)(a + 1)$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Una cantidad es cuadrado perfecto cuando es el cuadrado de otra cantidad, o sea, cuando es el producto de dos factores iguales. Así: $4x^2$, es cuadrado perfecto porque es el cuadrado de 2x. Es decir: $(2x)^2 = 2x \,.\, 2x = 4x^2$ y 2x, que multiplicada por sí misma da $4x^2$, es la raíz cuadrada de $4x^2$. También podemos observar que $(-2x)^2 = (-2x)(-2x) = 4x^2$; luego, -2x es también la raíz cuadrada de $4x^2$ Lo anterior nos dice que "la raíz cuadrada de una cantidad positiva tiene dos signos, + y –". Aquí nos referiremos únicamente a la raíz positiva.

Raíz cuadrada de un monomio: Para extraer la raíz cuadrada de un monomio se extrae la raíz cuadrada de su coeficiente y se divide el exponente de cada letra por 2. Así: La raíz cuadrada de $9m^2n^4$ es $3mn^2$ porque $(3mn^2)^2 = 3mn^2 \times 3mn^2 = 9m^2n^4$. La raíz cuadrada de $36\,x^6y^8$ es $6x^3y^4$.

Un trinomio es cuadrado perfecto cuando es el cuadrado de un binomio, o sea, el producto de dos binomios iguales. Así, $a^2 + 2ab + b^2$ es cuadrado perfecto porque es el cuadrado de a + b. En efecto:

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$.

Del mismo modo, $(2x + 3y)^2 = 4x^2 + 12xy + 9y^2$ luego $4x^2 + 12xy + 9y^2$ es un trinomio cuadrado perfecto.

Regla para conocer si un trinomio es cuadrado perfecto: Un trinomio ordenado con relación a una letra es cuadrado perfecto cuando el primer y tercer términos son cuadrados perfectos (o tienen raíz cuadrada exacta) y positivos, y el segundo término es el doble producto de sus raíces cuadradas. Así: $a^2 - 4ab + 4b^2$ es cuadrado perfecto porque: Raíz cuadrada de a^2 es a , y raíz cuadrada de $4b^2$ es 2b, el doble producto de esas raíces: 2 x a x 2b = 4ab, que es el segundo término.

$36x^2 - 18xy^4 + 4y^8$ no es cuadrado perfecto porque: Raíz cuadrada de 36 x^2 es 6x, Raíz cuadrada de $4y^8$ es $2y^4$, el doble producto de estas raíces: 2 x 6x x $2y^4 = 24xy^4$, que no es el segundo término.

Regla para factorizar un trinomio cuadrado perfecto: Se extrae la raíz cuadrada el primero y tercer términos del trinomio y se separan estas raíces por el signo del segundo término. El binomio así formado, que es la raíz cuadrada del trinomio, se multiplica por sí mismo o se eleva al cuadrado.

Ejemplos:

1. Factorizar $m^2 + 2m + 1$ entonces tenemos que: raíz cuadrada de $m^2 = m$ y raíz cuadrada de 1 = 1, obtenemos $(m + 1)(m + 1) = (m + 1)^2$

2. Descomponer $4x^2 + 25y^2 - 20xy$ Primero ordenamos el trinomio y obtenemos: $4x^2 - 20xy + 25y^2$. Luego le sacamos las raíces al primer y tercer términos: Raíz de $4x^2$ es 2x y raíz de $25y^2$ es 5y. La factorización que obtenemos es: $(2x - 5y)(2x - 5y) = (2x - 5y)^2$. También podríamos colocar a 5y de primeras y 2x después, porque la respuesta es la misma. $(5y - 2x)$.

3. Descomponer $1 - 16ax^2 + 64\ a^2x^4$. Raíz cuadrada de 1 es 1 y raíz cuadrada de 64 a^2x^4 es $8ax^2$ entonces la factorización es $(1 - 8ax^2)^2 = (8ax^2 - 1)^2$

4. Factorar $x^2 + bx + b^2/4$. Este trinomio es cuadrado perfecto porque: Raíz cuadrada de $x^2 = x$ y raíz cuadrada de $b^2/4 = b/2$ y el doble producto de estas raíces es 2 x x x b/2 = bx, entonces: $(x + b/2)^2$

5. Factorizar ¼ - b/3 + $b^2/9$ Es cuadrado perfecto porque: Raíz cuadrada de ¼ = ½ y raíz cuadrada de $b^2/9 = b/3$ y 2 x ½ x b/3 = b/3, luego la factorización es: $(b/3 - ½)^2$

Caso especial:

6. Factorizar $a^2 + 2ª(a - b) + (a - b)^2$. La regla anterior puede aplicarse a casos en que el primero o tercer términos del trinomio o ambos, son expresiones compuestas. Así, en este caso se tiene: Raíz cuadrada de $a^2 = a$ y raíz cuadrada de $(a - b)^2 = (a - b)$ entonces tendríamos la factorización $(a + a - b)^2 = (2a - b)^2$

7. Factorizar $(x + y)^2 - 2(x + y)(a + x) + (a + x)^2$ La raíz cuadrada de $(x + y)^2 = (x + y)$ y la raíz cuadrada de $(a + x)^2 = (a + x)$ Entonces la factorización es: $[(x + y) - (a + x)]^2 = (x + y - a - x)^2 = (y - a)^2 = (a - y)^2$.

ACTIVIDADES DE APLICACIÓN:

1. Factorizar por factor común por agrupación de términos
   a. $4a^3x - 4a^2b + 3bm - 3amx$
   b. $2am - 2an + 2a - m + n - 1$
   c. $6ax + 3a + 1 + 2x$
   d. $3ax - 2by - 2bx - 6a + 3ay + 4b$

2. Factorizar los siguientes trinomios cuadrados perfectos
   a. $x^2 - 2x + 1$
   b. $y^4 + 1 + 2y$
   c. $a^2 - 10a + 25$
   d. $9 - 6x + x^2$

INFOGRAFÍA

https://www.youtube.com/watch?v=uhN2eVLAEDw
https://www.youtube.com/watch?v=JIxtaa-L3f0
https://www.youtube.com/watch?v=pYA7L34w7VM
https://www.youtube.com/watch?v=YAENVrFtO6E
https://www.youtube.com/watch?v=1dvGz8vQCeU
https://www.youtube.com/watch?v=FlDgcsy0VUU

CRITERIOS DE EVALUACIÓN

- Solucionar los ejercicios y presentarlos desarrollados en el cuaderno de apuntes, corresponderá a la valoración dada a la actividad.
- Tomar evidencia fotográfica de su trabajo y enviarlo al correo electrónico ana.sachica@gimnasiograncolombiano.edu.co
- Es **OBLIGATORIO** para todos los trabajos, colocar en cada hoja que haya empleado para el desarrollo de las actividades, su nombre y curso en la parte superior, bien visible y grande, escrito en un color diferente al del desarrollo de la actividad y subrayado o encerrado, además de enumerar las hojas en orden ascendente. Si no hace esto, no daré por recibidas las actividades.